

DISSERTATIO ACADEMICA,

DE

*FIGURA TELLURIS OPE PEN-
DULORUM DETERMINANDA;*

CUJUS

PART. II,

CONS. AMPL. FAC. PHIL. AB.

PRÆSIDE

M. GUST. GABR. HÅLLSTRÖM,

PHYS. PROFESS. PUBL. ORD., REG. ACAD. SCIENTIAR. STOCKHOLM.

ET SOCIET. IMPER. OECON. FENNIAE MEMBRO,

PRO GRADU PHILOSOPHICO

P. P.

JACOBUS ÖSTERBLAD,

STIP. BILM. ÖSTROB.

IN AUD. MATHEMAT. D. VIII JUNII MDCCCX.

H. A. M. S.

ABOÆ, TYPIS FRENCKELLIANIS.

39.


Expositis methodis datas pendulorum longitudines ita corrigendi & reducendi ut inter se comparari possint, in quæstione de figura telluris pendulorum ope determinanda ante omnia in id peculiaris intendatur opera, ut hæ reductiones, una nempe ad calorem aliquem normalem, pro quo temperaturam congelationis aquæ potissimum eligimus, ob dilatationes vel condensationes inæquales pendulorum diversorum necessaria, altera ad spatum aëre vacuum, ne effectui aëris diversi hydrostatico obnoxiae sint oscillationes pendulorum, suscipienda, instituantur. Initio autem mox indicandum est, longitudinem penduli, in observatorio Parisiensi a *Borda* observatam & ad statum illum normalem, quem posuimus, jam correctam, pro minutis secundis sexagesimalibus esse = 440,5595 lineis Parisiensibus (°), illumque valorem adeo esse

A

accu-

Cfr. *La Place Mechanik des Himmels* 2 Th. p. 182; *Allgem. Geogr. Ephemer.* von F. von Zath, 1 B. p. 92;

accurate determinatum, ut cum eo reliqui omnes,
quantum fieri potest, comparandi videantur.

Observatas a se longitudines penduli Bouguer
ipse jam ad eandem temperaturam & ad vacuum
reduxit, quo facto sequentes determinavit valores
inter se comparabiles: sub æquatore in occiden-
tali parte Americæ meridionalis prope superficiem
maris = 439,21 lin. Paris. (ab observata revera
longitudine 439,07), in Portobello = 439,30
(a 439,16), parvæ Goavæ in parte septentrionali
insulæ St. Domingo = 439,47 (a 439,33), atque
Parisiis = 440,67 (a 440,58 observata) (*). Cum
vero justo major ab illo observata sit longitudo
penduli parisini, reliquas quoque eadem methodo
determinatas nimis esse magnas verisimillimum
est, quare, ut ad verum vel saltem probabiliorem
valorem redigantur, in ratione 440,67: 440,5595
minuendæ sunt; & sic quidem ad pendulum parisii-
num relatas habemus longitudines penduli simplicis
pro spatio vacuo, nempe sub æquatore in Peru
Americæ = 439,10, in Portobello = 439,1899 atque
parvæ

*Mémoires de l' Institut National des Sciences & arts, Sc.
Mathem. & Phys. T. II, Hist. p. 79.*

*) Cf. Libr. *La figure de la Terre, déterminée par Bou-
guer*, Paris 1749, p. 337 &c.

parvæ Goavæ == 439,3599 (*). Hæc determinatio pro Goava non multum quoque differt ab illo valore penduli simplicis, quem proposuit Godin (**). Annotavit se pendulo e filo Aloës, cui pondusculum cupreum appensum erat, confecto obser- vasse longitudinem penduli simplicis pro 1° Parisiis == 440,65 lin. existente calore + 8° R. atque Goavæ == 439,375 in calore + 25° R. Dimensus est longitudinem penduli sui virga ferrea, quare pro illius correctione est $1 + \psi_{(m)} = 1 + 0,00000994.m + 0,000000024.m^2$ (***) Fili Aloës dilatatio ignota est, quare non nisi negligi potest, ut sit $\varphi_{(m)} = 0$, alti- tudo vero Barometri non est adnotata, quare uti media sumatur $h = 25,6$. His valoribus adhibitis in formula supra allata correctrice, provenit pro Goava $p_{(o)} = 439,5724$ atque Parisiis $p_{(o)} = 440,756$ lin
A 2 parisi.

(*) Si ad absolutos valores reducuntur longitudines pendu- lorum, quarum proportionem determinavit *La Place* in Libro suo supra citato p. 179, T. 2, oriuntur, facta penduli longitudine parilini == 440,5595, sequentes: pro æquatore == 439,1013, pro Portobello == 439,1894 & parva Goava == 439,3612, qui cum his allatis valori- bus optime convenient.

(**) *Memoires de l' Acad. R. des Sc. de Paris pour 1735,* edit. forme 8:^e p. 682 &c.

(***) *Kongl. Vetensk. Academiens nya Handl. för år 1805,* p. 207.

parisiæ. Diminutione igitur facta in ratione $440,736 : 440,5595$, eruitur ex hisce observationibus longitudo penduli Goavæ $= 439,3765$ in vacuo, quæ ab illa Bougueriana non $\frac{1}{100}$ lineæ parisiæ differt, adeoque intra limites continetur illos variationes, quos in suis experimentis Bouguer observavit consistere intra spatum $\frac{1}{100}$ lineæ. Observavit quoque Condamine longitudinem penduli in calore $+25^{\circ} R.$ Goavæ $= 439,35$ (²), quæ ad pendulum Parisinum Godini relata atque ad spatum vacuum in calore 0° reducta dat $439,3515$. Sumto igitur medio arithmeticо e tribus hisce bene inter se convenientibus valoribus, habetur longitudo penduli simplicis Goavæ $= 439,3626$ lin. Parisiæ.

Observationes a Juan & Ulloa institutæ ostendunt, longitudinem penduli simplicis in Guarico (Cap François) esse in aëre caloris $+23^{\circ} R.$ $= 439,32$ lin. parisiæ. (³), unde pro calore 0° & spatio vacuo eruitur longitudo $= 439,5118$.

Ex observationibus, quas instituit Graham Londini & Campbell in Jamaica, innotuit, pendulum in varia-

²) *Mem. de l' Acad. des Sc. de Paris* 1735, p. 734.

³) *Voyage Historique de l' Amerique Meridionale par Don George Juan & Don Antoine de Ulloa, Amsterd.* 1752, T. II, p. 251 &c.

Variabile, quod tempore 24 horarum oscillationes numero 86401,2 Londini peregit, æquali tempore & in æquali calore in Jamaica 86284 oscillationes fecisse ('). Simile instrumentum, quod Londini 86402,1 oscillationes perfecit in calore $+14^{\circ}\frac{1}{2}$ R., Parisis in eodem calore & eodem tempore 86394,4 oscillationes ostendit, atque in Pello Lapponiae, quo illud *Maupertuis* transtulit, 86453,5 oscillationes (**) . Si igitur altitudo Barometri, de qua nihil adnotatum occurrit, ubique æqualis fuit, media forte $= 25,6$ poll. suecan., erit longitudo penduli simplicis in vacuo oscillantis Londini $= \left(\frac{86401,2}{86394,4}\right)^2 \cdot 440,5595$
 $= 440,638$, in Jamaica $= \left(\frac{86284}{86401,2}\right)^2 \cdot 440,638 = 439,4435$, atque in Pello $= \left(\frac{86453,5}{86394,4}\right)^2 \cdot 440,5595 = 441,1625$, de quibus observationibus asseveravit *Maupertuis*, in numerandis oscillationibus non nisi 1 $\frac{1}{2}$ oscillatione errari potuisse.

Adhibuit quoque *Condamine* pendulum invariatum e virga chalybea & lente plumbea confectum, quod

(') *Philosophical Transactions* for 1734, p. 302 &c.

(**) *Cfr. La figure de la Terre, determinée par Maupertuis* Amsterd. 1738, p. 200 &c.

quod per 24 horas temporis medii Paræ Americaæ 98740 oscillationes peregit, Parisiis 98891 in calore $+15^{\circ} R.$, Genevæ 98852, Petropoli 98941 in calore $+15^{\circ} R.$, atque in Ponoi Lapponiæ 98964 etiam in calore $+15^{\circ} R.$ (*), unde, cognita longitudine penduli Parisini, pro reliquis hisce locis comparatio institui potest. In determinando pendulo Paræ deest quidem annotatio temperaturæ aëris. Cum vero hæc urbs ad litus maris Atlantici sita sit in latitudine australi $1^{\circ} 20'$, cum urbe saltæ Cumana in latitudine boreali $10^{\circ} 27'$ ad litus quoque maris sita, ubi Humboldt medium aëris calorem $+28^{\circ} C.$ observavit (**), & cum insula St. Bartholomæi, pro qua Fahlberg medium & vulgarem aëris temperaturam adnotavit esse $+28^{\circ}$ & $29^{\circ} C.$ (***) comparanda videtur. Facto igitur calore Paræ $= 29^{\circ} C.$ & Parisiis $= 15^{\circ} R = 18^{\circ}, 76 C.$, altitudine vero Barometri utrobique æquali $= 25.6$ poll. fvec., æquatio supra proposita præbet longitudinem penduli simplicis in vacuo oscillantis ad calorem 0° reductam Paræ $= 439,2486$ lin. Parif., qui valor non magis

*) Nov. Comment. Petrop. T. XIV, P. II, p. 25, 28, 31.

**) Annalen der Physik von Gilbert B. 6, St. 2, s. 191 & B. 7, St. 3, s. 345.

***) Sv. Vetensk. Acad. Handl. för år 1787, p. 143.

magis quam quantitate 0,0134 lineæ a vero aber-
rare potest, quum maximam variationem trium
tantum oscillationum seu sesquialterius ex utraque
parte medii in experimentis observavit *Condamine*^(*).
Si pro observatione Genevæ idem valeret calor
 $+15^{\circ} R.$ ac Parisiis, longitudo penduli Genevæ esset
ex allatis observationibus $= 440,2121$ lin., Petropoli
Vero est illa $= 441,005$ atque in Ponoi $= 441,2101$,
(ipſi *La Place* $= 441,2116$) ad vacuum reducta. Circa
hunc tamen valorem pro Petropoli, maxime quidem
consentaneum cum proportione a *La Place* adhibita,
quæ dat $= 441,0044$, animadvertendum est, eum
cum illis quoque esse comparandum, qui deducuntur
ex observationibus a *La Caille* & *Grischow* in-
stitutis. Pendulum invariabile a virga ferrea &
lente plumbea compositum Parisiis in calore $+6^{\circ},5 R.$
secundum *La Caille* 98908 oscillationes absolvebat
tempore 24 horarum, Petropoli vero, quo illud
Condamine transmisit, 98947 oscillationes in aëre
caloris $+16^{\circ} R.$ secundum *Grischow*^(**), unde lon-
gitudo penduli Petropolitanus deducitur $= 440,9433$.
Similiter *Grischow* asseveravit, horologium, quod
in aëre caloris $+16^{\circ},\frac{2}{3} C.$ Parisiis revolutione fixa-
rum

^(*) Mem. de l' Acad. R. des Sciences pour 1745, p. 683.

^(**) Nov. Comment. Petrop. T. VII, p. 449, 514.

rum $23^{\text{h}} 56'$, $12''$ absolvebat, Petropolin translatum
æquali tempore in simili calore $23^{\text{h}} 57' 14''$ ostendisse (°), unde pro pendulo Petropolitano oritur
valor $= 441,1935$. Pendulum vero a *La Caille* in Pro-
montorio bonæ spei adhibitum, e filo aloës paratum,
Parisis in aëre caloris $+ 12^{\circ}, 5 R.$ 86454 oscillatio-
nes, Petropolique, reductione ad eundem calorem
facta, 86508,75 tempore 24 horarum perfecit (°°),
quæ observationes penduli Petropolitani, in vacuo
oscillantis longitudinem $= 441,1178$ lin. præbent.
Ubi ratio hujusce discrepantiae valorum quærenda
fit, nullibi videtur adnotatum. Dubium tamen non
est, quin aut error commissus sit in observando,
aut potius variationem quandam sub longo intinere
subierint instrumenta. Qui nihil minus omnium
horum valorem, etiamsi a se nimis discrepantium,
rationem habere vult, ei medius pro Petropoli
valor erit $= 441,0649$, cuius differentia a valore
 $= 441,005$, forte probabiliore, non tamen multum
superat limites, intra quos continentur hujusmodi
valores pro aliis locis determinati. His, si placet,
addi potest valor $441,08$, quem ope penduli aloës
in aëre caloris $+ 14^{\circ} R.$ Petropoli determinavit
Hen-

*^o) *Nou. Comment. Petrop.* T. VII, p. 519.

**^o) L. c. p. 475,514. *Mém. de l' Acad. des Sc. de Paris* 1754,
p. 86.

Henry (*). Instituta vero correctione ad vacuum caloris 0° , multo major provenit quam quæ ex observationibus penduli invariabilis derivatur.

Ad Promontorium bonæ spei observavit *La Caille*, pendulum invariabile, in aëre caloris $+13^{\circ} R.$ absolvisse 98790,5 oscillationes tempore medio 24 horarum; cumque illud isochronum statuerit esse pendulo a *Condamine* exhibito, quod æquali tempore Parisiis 98891 oscillationes perfecit, in aëre caloris $+15^{\circ}$, sequitur, facta reductione, penduli simplicis pro Promontorio bonæ spei in vacuo, & in 0° calore longitudinem esse $= 439,6567$ (**). Illud tamen pendulum invariabile non fuisse vere isochronum pendulo huic, inde patet, quod in urbe Americæ meridionalis Rio Janeiro, sub latitudine australi $22^{\circ} 54' 10''$ sita, absolverit 98728 oscillationes (**), hoc est, pauciores quam quas suo pendulo *Condamine* Paræ observavit; unde sequitur, ut longitudo penduli pro Promontorio bonæ spei major sit superius allata, quod etiam confirmant observationes

C cum

(*) *Nova Acta Acad. Scient. Imper. Petropolitanae*, T. VI,
Petrop. 1798. p. 524 &c.

(**) *Memoires de l' Acad. des Sciences de Paris pour 1751*,
p. 663.

(***) *Mem. de l'Ac. des Sc. de Paris pour 1754*, p. 166.

cum pendulo e filo aloës parato institutæ. Conclusit enim *La Caille*, illam in aëre caloris $+13^{\circ} R.$ & pro Barometri altitudine 25, 72 poll. svec. esse $= 440,069 (^{\circ})$, quem valorem ut medium inter plures, qui ab utraque parte non magis quam $\frac{1}{3}$ lineæ ab illo aberrarunt, observavit. Illo igitur ad vacuum & calorem 0° reducto, eruitur valor $= 440,2125$, supposita nempe longitudine filii, cuius variatio a calore non patet, immutabili. Sed neque huic valori adeo fidendum esse videtur. Notum est, longitudinem veram hujusmodi penduli non facile posse exactissime observari, quare non nisi per comparisonem oscillationum in diversis locis ab eodem potissimum observatore numeratarum aliquid certi illius ope determinatur. Cum igitur observaverit *La Caille*, pendulum suum in 24 horis temporis m:di in Promontorio bonæ spei absolvisse 86406,79 oscillationes in aëre caloris $+13^{\circ} R.$ & pro Barometri altitudine 25, 72 poll. svec., in urbe vero Port Louis 86367 in aëre caloris $+20^{\circ},5 R.$ & eadem Barometri altitudine, nec non Parisiis 86453 in aëre $+12^{\circ},5 R.$ & pro Barometri altitudine 25, 27 poll. svec. (oo); inde habetur longitudo penduli simplicis in

^{*)} Loco citato 1751, p. 665 &c.

^{**)} Memoires de l' Acad. des Sciences de Paris 1751, p. 668, 797, atque 1754, p. 84 & 86.

in spatio vacuo & o° calore singulis minutis secundis oscillationes peragentis pro Promontorio bonæ spei == 440,0898, & Port Louis == 439,6821. Quibus observationibus usus sit *La Place* ad determinandum valorem pro Promontorio bonæ spei == 440,0177, non liquet. Hinc quoque longitudo penduli determinari potest pro Americæ meridionalis urbe Rio Janeiro, ubi *La Caille* penduli ferrei, globo plumbeo instructi, invariabilis oscillationes numeravit 98728 temporis medii horis 24 absolutas in aëre caloris + 23°,5 R. (°). in Promontorio vero bonæ spei oscillationes 98790,5 æquali tempore & in calore + 13° R. Erit nempe longitudo quæsita pro Rio Janeiro in vacuo & o° calore == 440,0636.

°) *Memoires de l'Acad. des Sc. de Paris* 1754, p. 166.



